18. Landeswettbewerb Mathematik Bayern

2015/16

MATHE
MATIK

Einzelheiten zur Teilnahme findest Du auf der Rückseite oder unter **www.lwmb.de**.
Du kannst Lösungen zu maximal vier Aufgaben einsenden (10. Klasse nicht Aufgabe 1).
Einsendeschluss ist der **12.11.2015**.

Du besuchst eine Realschule oder ein Gymnasium bis einschließlich Klassenstufe 10.
Du fühlst dich von mathematischen Aufgaben herausgefordert und
Du möchtest deine Fähigkeiten testen und erweitern.
Dann ist dieser Wettbewerb des bayrischen Kultusministeriums genau das Richtige für Dich.

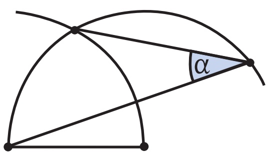
Aufgabe 1

Paul will sich eine zehnstellige Geheimzahl für sein Handy ausdenken. Als erste Ziffer von links wählt er die 3. Die weiteren Ziffern will er so festlegen, dass je zwei aufeinander folgende Ziffern der Geheimzahl eine zweistellige Zahl bilden, die entweder durch 17 oder durch 23 teilbar ist.

Bestimme alle Möglichkeiten für Pauls Geheimzahl.

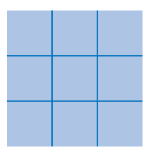
Aufgabe 2

Bestimme die Größe des Winkels α.



Aufgabe 3

Julia schreibt in jedes Feld des nebenstehenden Quadrates eine der Zahlen von 1 bis 9. Dabei verwendet sie jede Zahl nur einmal. Nun multipliziert Julia jeweils die drei Zahlen, die in einer Zeile bzw. einer Spalte stehen, und zählt, wie viele der sechs Produkte Quadratzahlen sind.

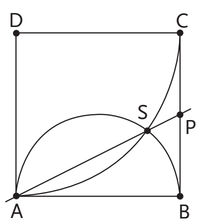


Finde alle Möglichkeiten für die Anzahl dieser Quadratzahlen.

Aufgabe 4

Im Quadrat ABCD schneidet der Kreis um D mit Radius [DA] den Kreis mit Durchmesser [AB] im Punkt S. Die Gerade AS schneidet die Seite [BC] im Punkt P.

Zeige: P ist der Mittelpunkt der Seite [BC].



Aufgabe 5

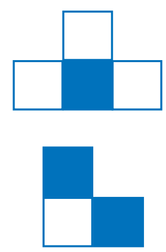
Andreas, Barbara und Charlotte haben je eine Schale mit Murmeln. Andreas entnimmt seiner Schale die Hälfte der Murmeln und legt sie zu gleichen Teilen in die Schalen der beiden anderen. Danach verfährt zunächst Barbara mit den Murmeln in ihrer Schale genauso und schließlich auch Charlotte. Erstaunt stellen die drei fest, dass alle nun wieder genau so viele Murmeln besitzen wie zu Beginn.

Bestimme alle Anzahlen von Murmeln, die die drei zusammen besitzen können.

Aufgabe 6

Aus Quadraten der Seitenlänge 1 werden Figuren der abgebildeten Formen und Färbungen zusammengesetzt. Aus solchen Figuren soll lückenlos und ohne Überlappung ein Quadrat gelegt werden, das eine schachbrettartige Färbung hat.

Bestimme alle möglichen Seitenlängen für ein solches Quadrat.



Bemerkung: Eine Färbung heißt schachbrettartig, wenn je zwei Quadrate mit gemeinsamer Seite verschieden gefärbt sind.

Klar, da mache ich mit! Bitte **lesbar** ausfüllen und der Einsendung oben links anheften.
(Bei Gruppenarbeiten für jedes Mitglied einen Abschnitt verwenden.)

Vorname: ______________________ **Name:** ______________________ **Geschlecht:** ☐ m ☐ w

Jahrgangsstufe: ________ **Name der Schule:** ______________________________

Schulort: ______________________________ **Nummern** der bearbeiteten Aufgaben (höchstens vier!)

1	2	3	4	5	6

Gruppenarbeit: ☐ ja ☐ nein

Ich bestätige hiermit, alle Aufgaben **selbständig** bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst zu haben.

Unterschrift: ______________________

Teilnahmebedingungen und Hinweise

- Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler aus Realschulen und Gymnasien bis Klassenstufe 10 einschließlich.

- Für den Wettbewerb werden die Lösungen von **höchstens** vier der sechs Aufgaben gewertet. Bis einschließlich Klassenstufe 9 können diese vier Aufgaben beliebig ausgewählt werden. Für Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Klassenstufe 10 werden nur Lösungen der Aufgaben 2 bis 6 gewertet.

- In der ersten Runde ist **Gruppenarbeit** zugelassen. Eine Gruppe kann aus bis zu drei Mitgliedern bestehen. Besucht mindestens ein Gruppenmitglied die Klassenstufe 10, so werden nur Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 gewertet.

- Bei jeder Aufgabe sind vier Punkte erreichbar. Jeder Teilnehmer mit mindestens acht Punkten erhält eine **Urkunde**. Darüber hinaus werden erste, zweite und dritte Preise vergeben. Einzelteilnehmer mit Preis erhalten einen **Buchpreis** oder **-gutschein**. Für einen ersten Preis sind mindestens 14 Punkte erforderlich. **Alle Teilnehmer** erhalten eine kleine **Anerkennung** für die Teilnahme.

- Einzelteilnehmer und Gruppenmitglieder, deren Lösungen mit einem ersten oder zweiten Preis bewertet wurden, können sich außerdem durch die Teilnahme an der zweiten Runde für ein mehrtägiges mathematisches Seminar qualifizieren. In der zweiten Runde ist keine Gruppenarbeit mehr zugelassen.

- Zu diesen Seminaren, die in den vergangenen Jahren bei den Teilnehmern ein sehr positives Echo gefunden haben, werden 60 Jugendliche eingeladen.

- Für die Lösung jeder Aufgabe sind gesonderte **DIN A4-Blätter** zu verwenden, die jeweils mit dem Namen zu versehen sind und nur einseitig beschrieben und **nicht gefaltet** sein sollen. Bitte alle Blätter in Reihenfolge der Aufgaben oben links zusammenheften.

- Jeder Einsendung muss oben links der Rückmeldezettel dieses Aufgabenblattes (bei Gruppenarbeiten für jedes Mitglied ein Rückmeldezettel) angeheftet werden. Er muss mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbständig bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst wurden. Die verwendete Literatur ist anzugeben.

- Zu einer vollständig richtigen Lösung gehört insbesondere, dass alle wesentlichen Zwischenschritte aufgeführt und begründet sind. Die Angabe eines Zahlenwertes alleine oder von Beispielen genügt nicht als Lösung. Werden innerhalb eines Lösungswegs Eigenschaften verwendet, die aus dem Unterricht bekannt sind, so ist deren Nachweis nicht erforderlich. Auf die verwendete Eigenschaft muss jedoch bei der Lösung hingewiesen werden.

- Gegen die Verwendung eines Computerprogramms oder eines Taschenrechners als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechnungskontrolle ist nichts einzuwenden, doch müssen in der Darstellung der Lösung die für den jeweiligen Nachweis wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.

- Unübersichtliche oder unleserliche Lösungen können von der Korrektur ausgeschlossen werden.

- Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg.

- Nach Abschluss der Korrektur (Ende Dezember) erhält der Kontaktlehrer bzw. Fachbetreuer Mathematik jeder teilnehmenden Schule Nachricht über die Ergebnisse der Teilnehmer der Schule.

- Die Aufgaben der zweiten Runde werden bereits im Dezember über die Kontaktlehrer an die teilnahmeberechtigten Schüler versandt.

- Eine Rücksendung der korrigierten Arbeiten ist aus organisatorischen Gründen nicht möglich. Es empfiehlt sich deshalb, **eine Kopie anzufertigen**, um die eigenen Lösungen mit den Anmerkungen zur Korrektur und den Lösungsbeispielen vergleichen zu können.

- Die ausreichend frankierten Zuschriften **(Umschlag für DIN A4 mit Porto 1,45 €)** sind zu richten an:

  Albrecht Kliem
  Landeswettbewerb Mathematik
  Wirsberg-Gymnasium
  Am Pleidenturm 16
  97070 Würzburg

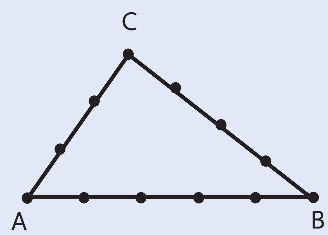
- Einsendeschluss ist der **12.11.2015**
  (Datum des Poststempels).

- Übungsmaterial: Aufgaben und Lösungen vergangener Wettbewerbsjahre können unter www.lwmb.de abgerufen werden.

Lösungsbeispiel aus dem vergangenen Jahr

Aufgabe 1

Die Zahlen 1, 2, 3, ..., 12 werden auf die markierten Punkte des nebenstehenden Dreiecks verteilt. Dabei hat die Summe der Zahlen jeder Seite den Wert 28.
Bestimme alle möglichen Zahlen, die am Eckpunkt A stehen können.



Lösung:
Am Eckpunkt A können nur die beiden Zahlen 2 oder 3 stehen.

Beweis:
Die Zahlen an den Ecken A, B und C seien mit a, b und c bezeichnet. Addiert man die Summen der Zahlen der drei Seiten, so erhält man als Wert $3 \cdot 28 = 84$. Dabei hat man die Zahlen a, b und c genau zweimal gezählt, da die Eckpunkte A, B und C zu jeweils zwei Seiten gehören. Alle anderen Zahlen von 1 bis 12 wurden genau einmal gezählt.

Deswegen gilt:
$84 = 1 + 2 + 3 + \ldots + 12 + a + b + c = 78 + a + b + c$.
Das bedeutet, dass $a + b + c = 6$ sein muss. Der Summenwert 6 wird aber mit drei verschiedenen der vorgegebenen Zahlen nur in der Summe $1 + 2 + 3$ (in beliebiger Reihenfolge) angenommen. Deswegen muss a (und ebenso b bzw. c) eine der Zahlen 1, 2 oder 3 sein. Wäre $a = 1$, dann hätte die Summe der vier Zahlen der Seite [AC] höchstens den Wert $1 + 11 + 12 + 3 = 27$. Das ist also nicht möglich. Dass $a = 2$ und $a = 3$ jeweils möglich sind, zeigen die folgenden beiden Beispiele.