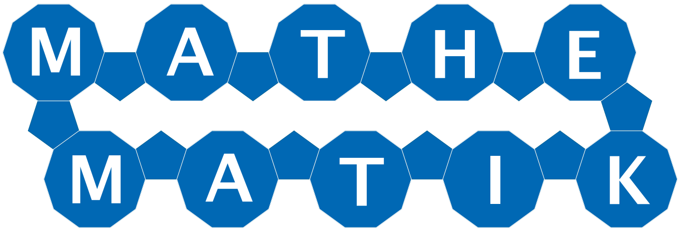
17. Landeswettbewerb Mathematik Bayern

2014

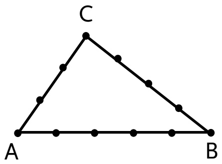


Einzelheiten zur Teilnahme findest Du auf der Rückseite oder unter **www.lwmb.de**.
Du kannst Lösungen zu maximal vier Aufgaben einsenden (10. Klasse nicht Aufgabe 1).
Einsendeschluss ist der **06.11.2014**.

Du besuchst eine Realschule oder ein Gymnasium bis einschließlich Klassenstufe 10.
Du fühlst dich von mathematischen Aufgaben herausgefordert und
Du möchtest deine Fähigkeiten testen und erweitern.
Dann ist dieser Wettbewerb des bayrischen Kultusministeriums genau das Richtige für dich.

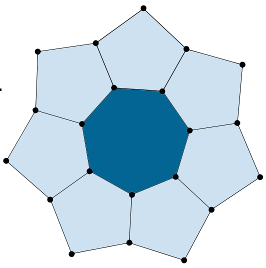
Aufgabe 1

Die Zahlen 1, 2, 3, . . ., 12 werden auf die markierten Punkte des nebenstehenden Dreiecks verteilt. Dabei hat die Summe der Zahlen jeder Seite den Wert 28.
Bestimme alle möglichen Zahlen, die am Eckpunkt A stehen können.



Aufgabe 2

Jedes regelmäßige n-Eck kann von n kongruenten Platten fugenlos umrahmt werden, wie es die nebenstehende Zeichnung am Beispiel $n = 7$ mit fünfeckigen Platten zeigt.
Für welche Werte von n können diese Platten regelmäßige Vielecke sein? Wie viele Ecken haben diese Platten dann?



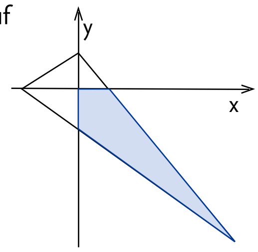
Bemerkung: Ein Vieleck heißt regelmäßig, wenn alle Seiten gleich lang und alle Innenwinkel gleich groß sind.

Aufgabe 3

Das Produkt von vier nicht unbedingt verschiedenen Primzahlen ist das Zehnfache ihrer Summe. Bestimme alle Möglichkeiten für diese vier Primzahlen.

Aufgabe 4

Zwei Eckpunkte eines Dreiecks liegen auf den Achsen eines Koordinatensystems, sein dritter Eckpunkt liegt im 4. Quadranten. Die Inhalte der auf den 1., 2. und 3. Quadranten entfallenden Teilflächen des Dreiecks verhalten sich wie 1 : 2 : 3.
Welcher Anteil der Dreiecksfläche liegt im 4. Quadranten?

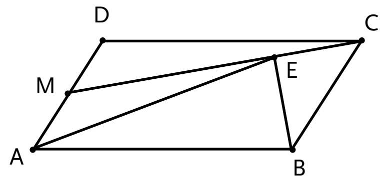


Aufgabe 5

Zwischen die Zahlen 4, 5, 6, . . . , n werden Plus- oder Minuszeichen geschrieben. So entsteht ein Term.
Für welche Werte von n kann dieser Term den Wert 0 annehmen?

Aufgabe 6

Im Parallelogramm ABCD ist M der Mittelpunkt der Seite [DA] und E ein Punkt auf der Strecke [MC].
Beweise: Das Dreieck ABE ist genau dann gleichschenklig mit Basis [BE], wenn [BE] das Lot von B auf [MC] ist.



Klar, da mache ich mit! Bitte **lesbar** ausfüllen und der Einsendung oben links anheften.
(Bei Gruppenarbeiten für jedes Mitglied einen Abschnitt verwenden.)

Vorname: ______________________ **Name:** ______________________ **Geschlecht:** ☐ m ☐ w

Jahrgangsstufe: ________ **Name der Schule:** ______________________________

Schulort: ______________________________

Gruppenarbeit: ☐ ja ☐ nein

Nummern der bearbeiteten Aufgaben (höchstens vier!)

1	2	3	4	5	6

Ich bestätige hiermit, alle Aufgaben **selbständig** bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst zu haben.

Unterschrift: ______________________

Teilnahmebedingungen und Hinweise

- Teilnahmeberechtigt sind alle Schülerinnen und Schüler aus Realschulen und Gymnasien bis Klassenstufe 10 einschließlich.

- Für den Wettbewerb werden die Lösungen von **höchstens** vier der sechs Aufgaben gewertet. Bis einschließlich Klassenstufe 9 können diese vier Aufgaben beliebig ausgewählt werden. Für Teilnehmerinnen und Teilnehmer der Klassenstufe 10 werden nur Lösungen der Aufgaben 2 bis 6 gewertet.

- In der ersten Runde ist **Gruppenarbeit** zugelassen. Eine Gruppe kann aus bis zu drei Mitgliedern bestehen. Besucht mindestens ein Gruppenmitglied die Klassenstufe 10, so werden nur Lösungen zu den Aufgaben 2 bis 6 gewertet.

- Bei jeder Aufgabe sind vier Punkte erreichbar. Jeder Teilnehmer mit mindestens acht Punkten erhält eine **Urkunde**. Darüber hinaus werden erste, zweite und dritte Preise vergeben. Einzelteilnehmer mit Preis erhalten einen **Buchpreis** oder **-gutschein**. Für einen ersten Preis sind mindestens 14 Punkte erforderlich. **Alle Teilnehmer** erhalten eine kleine **Anerkennung** für die Teilnahme.

- Einzelteilnehmer und Gruppenmitglieder, deren Lösungen mit einem ersten oder zweiten Preis bewertet wurden, können sich außerdem durch die Teilnahme an der zweiten Runde für ein mehrtägiges mathematisches Seminar qualifizieren. In der zweiten Runde ist keine Gruppenarbeit mehr zugelassen.

- Zu diesen Seminaren, die in den vergangenen Jahren bei den Teilnehmern ein sehr positives Echo gefunden haben, werden 60 Jugendliche eingeladen.

- Für die Lösung jeder Aufgabe sind gesonderte **DIN A4-Blätter** zu verwenden, die jeweils mit dem Namen zu versehen sind und nur einseitig beschrieben und **nicht gefaltet** sein sollen. Bitte alle Blätter in Reihenfolge der Aufgaben oben links zusammenheften.

- Jeder Einsendung muss oben links der Rückmeldezettel dieses Aufgabenblattes (bei Gruppenarbeiten für jedes Mitglied ein Rückmeldezettel) angeheftet werden. Er muss mit der unterschriebenen Erklärung versehen sein, dass alle Aufgaben selbständig bzw. nur in Zusammenarbeit mit den Gruppenmitgliedern gelöst wurden. Die verwendete Literatur ist anzugeben.

- Zu einer vollständig richtigen Lösung gehört insbesondere, dass alle wesentlichen Zwischenschritte aufgeführt und begründet sind. Die Angabe eines Zahlenwertes alleine oder von Beispielen genügt nicht als Lösung. Werden innerhalb eines Lösungswegs Eigenschaften verwendet, die aus dem Unterricht bekannt sind, so ist deren Nachweis nicht erforderlich. Auf die verwendete Eigenschaft muss jedoch bei der Lösung hingewiesen werden.

- Gegen die Verwendung eines Computerprogramms oder eines Taschenrechners als Hilfsmittel zur Ideenfindung bzw. Rechnungskontrolle ist nichts einzuwenden, doch müssen in der Darstellung der Lösung die für den jeweiligen Nachweis wesentlichen Schritte und Resultate ohne diese Hilfsmittel nachvollziehbar und überprüfbar sein.

- Unübersichtliche oder unleserliche Lösungen können von der Korrektur ausgeschlossen werden.

- Die Korrekturentscheidung ist endgültig und unterliegt nicht dem Rechtsweg.

- Nach Abschluss der Korrektur (Ende Dezember) erhält der Kontaktlehrer bzw. Fachbetreuer Mathematik jeder teilnehmenden Schule Nachricht über die Ergebnisse der Teilnehmer der Schule.

- Die Aufgaben der zweiten Runde werden bereits im Dezember über die Kontaktlehrer an die teilnahmeberechtigten Schüler versandt.

- Eine Rücksendung der korrigierten Arbeiten ist aus organisatorischen Gründen nicht möglich. Es empfiehlt sich deshalb, **eine Kopie anzufertigen**, um die eigenen Lösungen mit den Anmerkungen zur Korrektur und den Lösungsbeispielen vergleichen zu können.

- Die ausreichend frankierten Zuschriften **(Umschlag für DIN A4 mit Porto 1,45 €)** sind zu richten an:

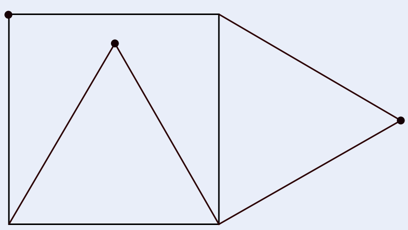
Albrecht Kliem
Landeswettbewerb Mathematik
Wirsberg-Gymnasium
Am Pleidenturm 16
97070 Würzburg

- Einsendeschluss ist der **06.11.2014** (Datum des Poststempels).

- Übungsmaterial: Aufgaben und Lösungen vergangener Wettbewerbsjahre können unter www.lwmb.de abgerufen werden.

Lösungsbeispiel aus dem vergangenen Jahr

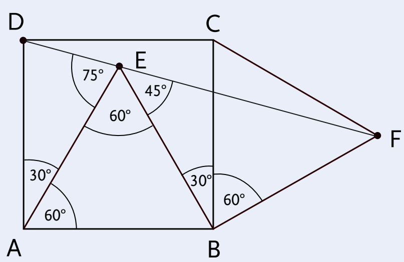
Aufgabe 2
Die nebenstehende Figur besteht aus einem Quadrat und zwei gleichseitigen Dreiecken. Liegen die drei fett markierten Punkte auf einer Geraden?



Lösung:
Die drei fett markierten Punkte liegen auf einer Geraden.

Vorbemerkung:
Zur Formulierung des Beweises bezeichnen wir die Ecken des Quadrates mit A, B, C und D, die dritte Ecke des gleichseitigen Dreiecks im Innern des Quadrates mit E und die dritte Ecke des gleichseitigen Dreiecks außerhalb des Quadrats mit F.

Beweis:
(Es wird bewiesen, dass der Winkel DEF ein gestreckter Winkel ist.)



Weil die Dreiecke ABE und CBF gleichseitig sind, haben alle ihre Innenwinkel die Größe 60°.

Da die Innenwinkel im Quadrat alle 90° groß sind, ergibt sich $\angle$ EAD = 90°-60° = 30°.
Da alle gegebenen Strecken gleich lang sind, ist insbesondere das Dreieck AED gleichschenklig mit Basis [DE].
Aus dem Spitzenwinkel $\angle$ EAD = 30° berechnet man die Größe des Basiswinkels DEA zu $\angle$ DEA = (180°-30°) : 2 = 75°.
Auch das Dreieck BFE ist gleichschenklig mit Basis [EF]. Die Größe seines Spitzenwinkels ist $\angle$ FBE = (90° - 60°) + 60° = 90°. Die Größe des Basiswinkels BEF ist also $\angle$ BEF = 45°.

Somit ergibt sich $\angle$ DEF = $\angle$ DEA + $\angle$ AEB + $\angle$ BEF = 75° + 60° + 45° = 180°.
Folglich ist der Winkel DEF ein gestreckter Winkel und die Punkte D, E und F liegen auf einer Geraden.

Bemerkung:
Zu dieser Aufgabe gibt es viele andere Beweismöglichkeiten. Mehr dazu und zu den Lösungsmöglichkeiten der anderen Aufgaben findet ihr unter www.lwmb.de.